

UTFORSKING OG UNDERSØKENDE MATEMATIKK !

Gi elevene tid til å tenke.



Hvem er vi?

Det første kjerneelementet:

Utforsking og problemløysing

Utforsking i matematikk handlar om at elevane leiter etter mønster, finn samanhengar og diskuterer seg fram til ei felles forståing. Elevane skal leggje meir vekt på strategiane og framgangsmåtane enn på løysingane. Algoritmisk tenking er viktig i prosessen med å utvikle strategiar og framgangsmåtar for å løyse problem og inneber å bryte ned eit problem i delproblem som kan løysast systematisk. Vidare inneber det å vurdere om delproblema best kan løysast med eller utan digitale verktøy. Problemløysing i matematikk handlar om at elevane utviklar ein metode for å løyse eit problem dei ikkje kjenner frå før. Det handlar òg om å analysere og forme om kjende og ukjende problem, løyse dei og vurdere om løysingane er gyldige.

Matematikksenteret:

Nøkkelelementer i utforskende undervisning

I det såkalte LBM-prosjektet (Lær Bedre Matematikk) brukte de en modell for inquiry som består av seks nøkkelelementer: spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere og undre, men ikke nødvendigvis i den rekkefølgen (Madeleine Haugene, 2012):



De seks elementene kan utdypes slik:

- **Spørre:** På dette stadiet beskriver elevene hva de lurer på.

- **Undersøke:** Elevene begynner å samle informasjon, lese, eksperimentere, observere eller lete etter andre

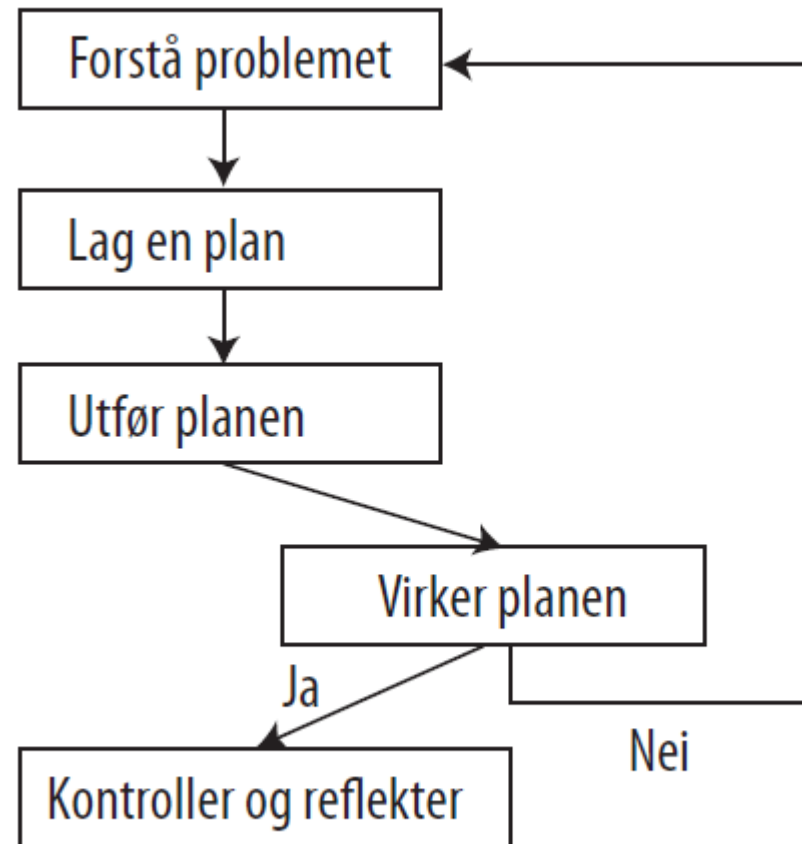
- **Skape:** På dette stadiet kobler elevene informasjonen sammen, ideer og teorier skapes.

- **Diskutere:** Elevene diskuterer nye ideer med hverandre, den nye kunnskapen settes inn i en sammenheng.

- **Reflektere:** Det er viktig at elevene ser tilbake og vurderer undersøkelsene og konklusjonene.

- **Undre:** Diskusjoner og refleksjoner kan medføre nye spørsmål dukke opp, og disse har mulighet til å sette i gang en ny inquirysyklus.

Polyas problemløsing fra 1952



Jeg besøkte en dame som har 3 døtre.

- *Hvor gamle er de?* – spurte jeg.
- Hun svarte: «*Ganger du sammen alderen til jentene får du 72, legger du sammen aldrene får du mitt husnummer.*»

Jeg gikk ut og sjekket husnummeret, kom inn igjen og sa:
«*Denne oppgaven greier jeg ikke.*»

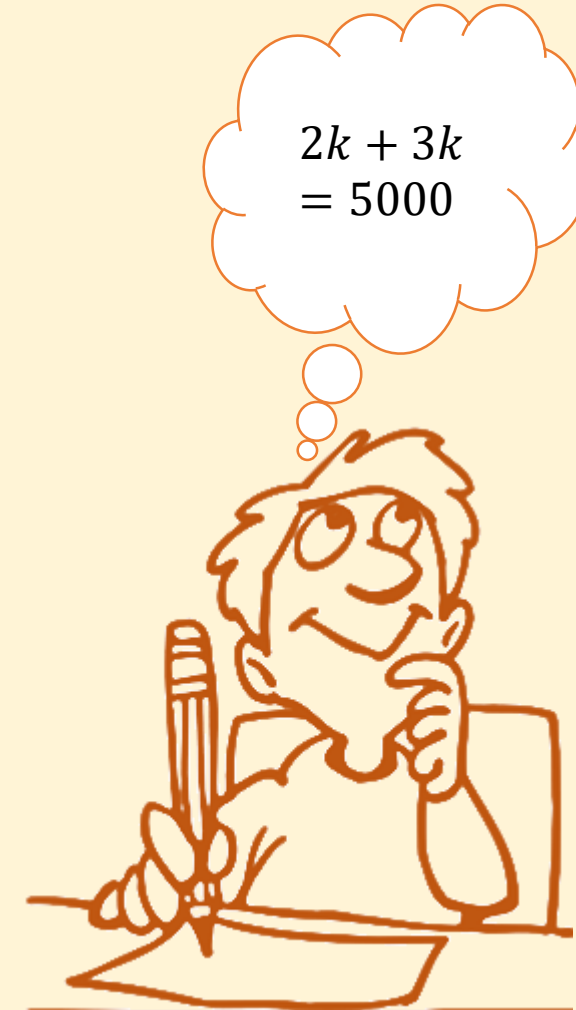
Da sa hun: «*Min eldste datter liker bringebær.*»

«*Å ja, da vet jeg det*» – svarte jeg.

Utforsking og eller problemløsning?

Hvis elevene skal kunne arbeide utforskende er det flere forutsetninger som må være til stede. Jo Boaler (2016) peker på følgende:

- Åpne opp oppgavene så det kan brukes flere metoder, løsninger og representasjoner.
- Presentere problemstillingen før metodene er undervist.
- Bruke visualisering og utfordre elevene til å tegne de matematiske situasjonene og forklaringene.
- Utvide oppgaven så det blir lav inngangsterskel men «høyt tak».
- Be elevene begrunne og være kritiske



Godi Keller – Steinerskolen – om undring!

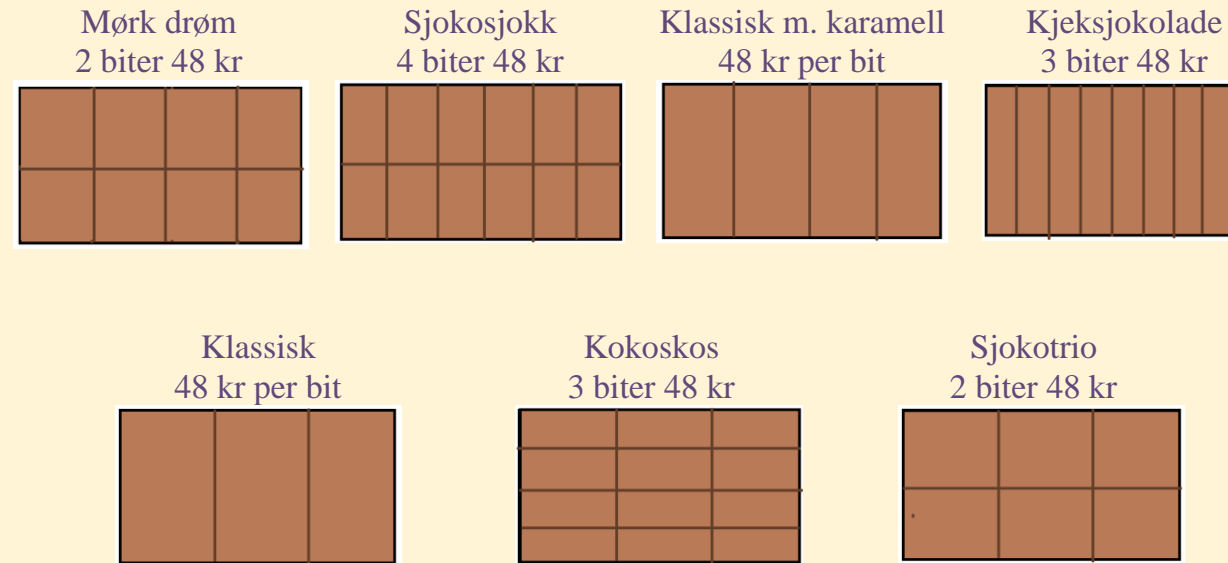
- Undring er ikke læring, undring er det som gjør læring mulig. Undring er det havet all læring flyter på.
- Undring er ikke et triks som får mennesker til å ville vite det vi allerede vet. Undring retter seg mot det vi ikke vet.
- Undring er uten fordommer og åpen for alle tenkelige veier videre.
- Uten undring har verken vitenskapen, kunsten eller samfunnslivet noen fremtid.
- Undring lar seg ikke planlegge, undring lar seg bare leve.

Hva skjer dersom...

Hva hadde skjedd hvis ...



I Olas sjokoladebar kan du kjøpe hjemmelaget sjokolade i ulike varianter.



- a) Hvor stor del av hver sjokolade får du for 48 kr? Svar som brøk.
- b) Hvilke av tilbudene gir like mye sjokolade for 48 kr?
Du kan bruke kopioriginalen til å utforske sammenhenger.
- c) Studer de to tallfølgene nedenfor.
Hva blir de to neste tallene?

1: $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots$

2: $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \dots$

Hva koster de ulike sjokoladene, hvis du skal kjøpe hele?

Undersøkende?

Vi vet at $a + b = b + a$. Det vil si at leddenes rekkefølge er likegyldig i addisjon.

Regn ut og sjekk:

a) $3 + 10 = \underline{\quad}$ og $10 + 3 = \underline{\quad}$

b) $15 + 12 = \underline{\quad}$ og $12 + 15 = \underline{\quad}$

Vi vet at $a \cdot b + c = c + a \cdot b$.

Regn ut og sjekk:

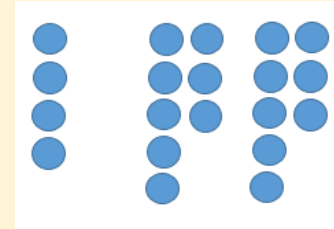
a) $2 \cdot 5 + 3 = \underline{\quad}$ og $3 + 2 \cdot 5 = \underline{\quad}$

b) $3 + 7 \cdot 3 = \underline{\quad}$ og $7 \cdot 3 + 3 = \underline{\quad}$

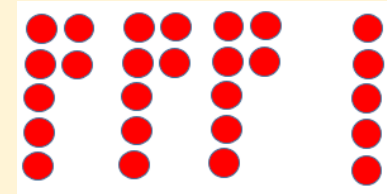
c) Hva gjelder for at svarene skal bli like?

Hvilke regnestykker regner ut rett antall brikker?

a) $4 + (5 + 3) \cdot 2 = \underline{\quad}$ eller $4 + 5 + 3 \cdot 2 = \underline{\quad}$



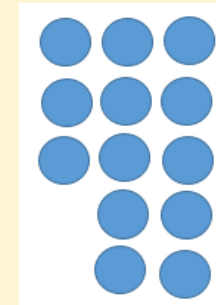
b) $5 + 2 \cdot 3 + 5 = \underline{\quad}$ $(5 + 2) \cdot 3 + 5 = \underline{\quad}$



c) Hvilke regnestykker ga rett svar? Hvorfor?

Hvor mange brikker? Hvilke regnestykker passer til figuren?

a) $3 + 5 \cdot 2$		g) $3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2$
b) $(3 + 5) \cdot 2$		h) $3 + 2 \cdot (3 + 2)$
c) $2 \cdot 5 + 3$		i) $(3 + 3) \cdot (2 + 2 \cdot 2)$
d) $3 \cdot 3 + 4$		j) $2 \cdot 2 + 3 \cdot 3$
e) $4 + 3 \cdot 3$		k) $2 \cdot (2 + 3) \cdot 3$
f) $(4 + 3) \cdot 3$		



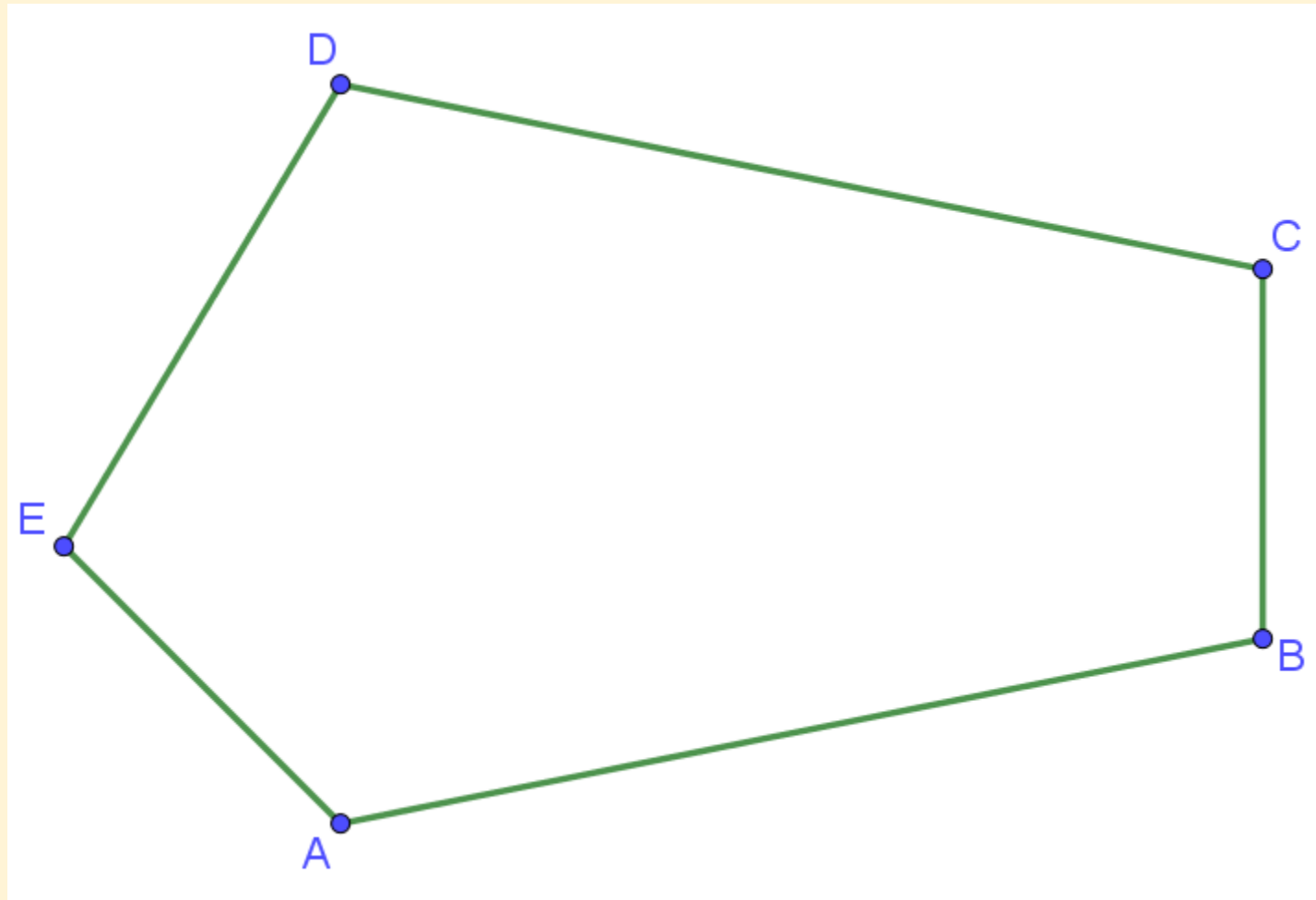
Åpen?

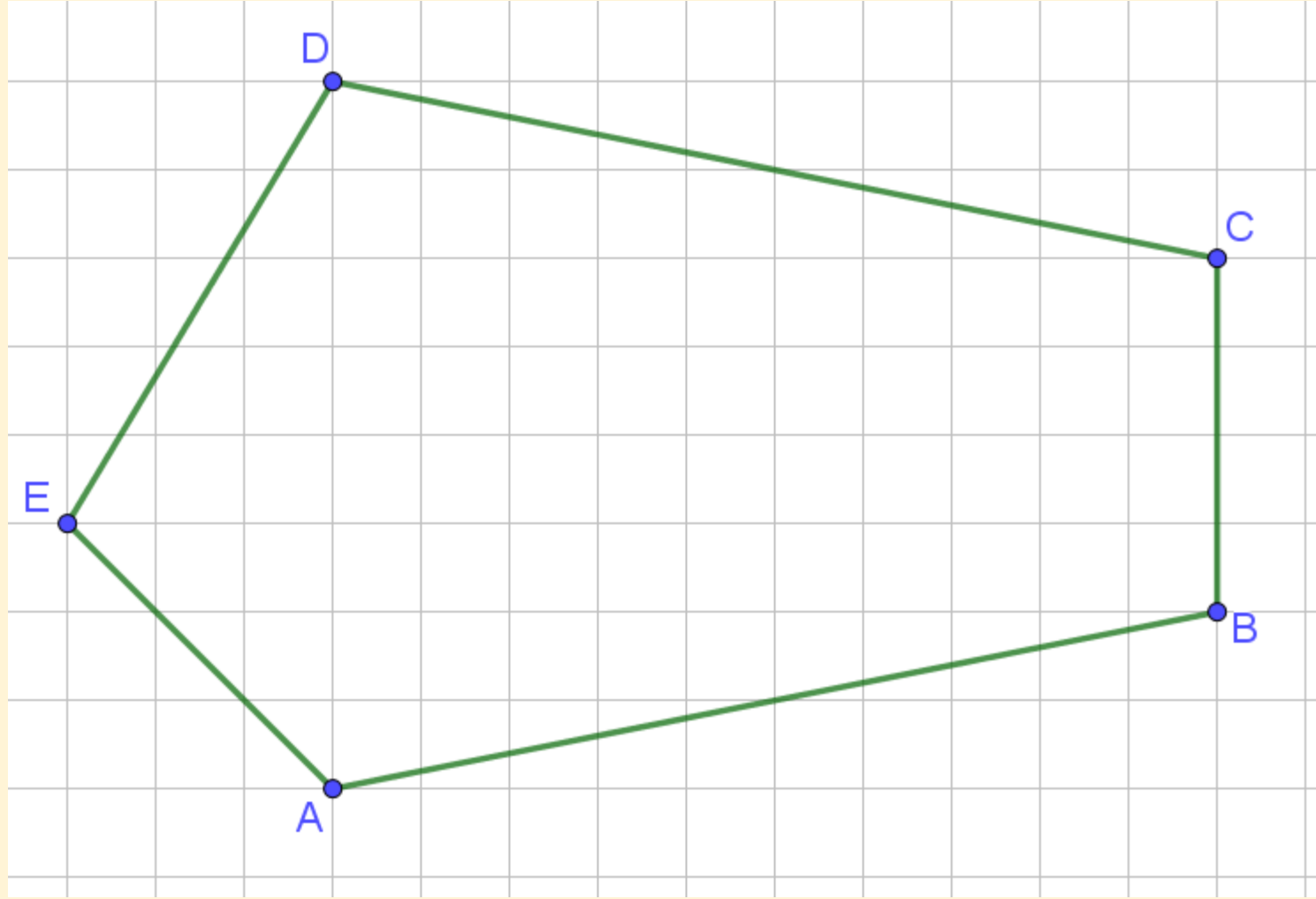
Lukket?

Rik?

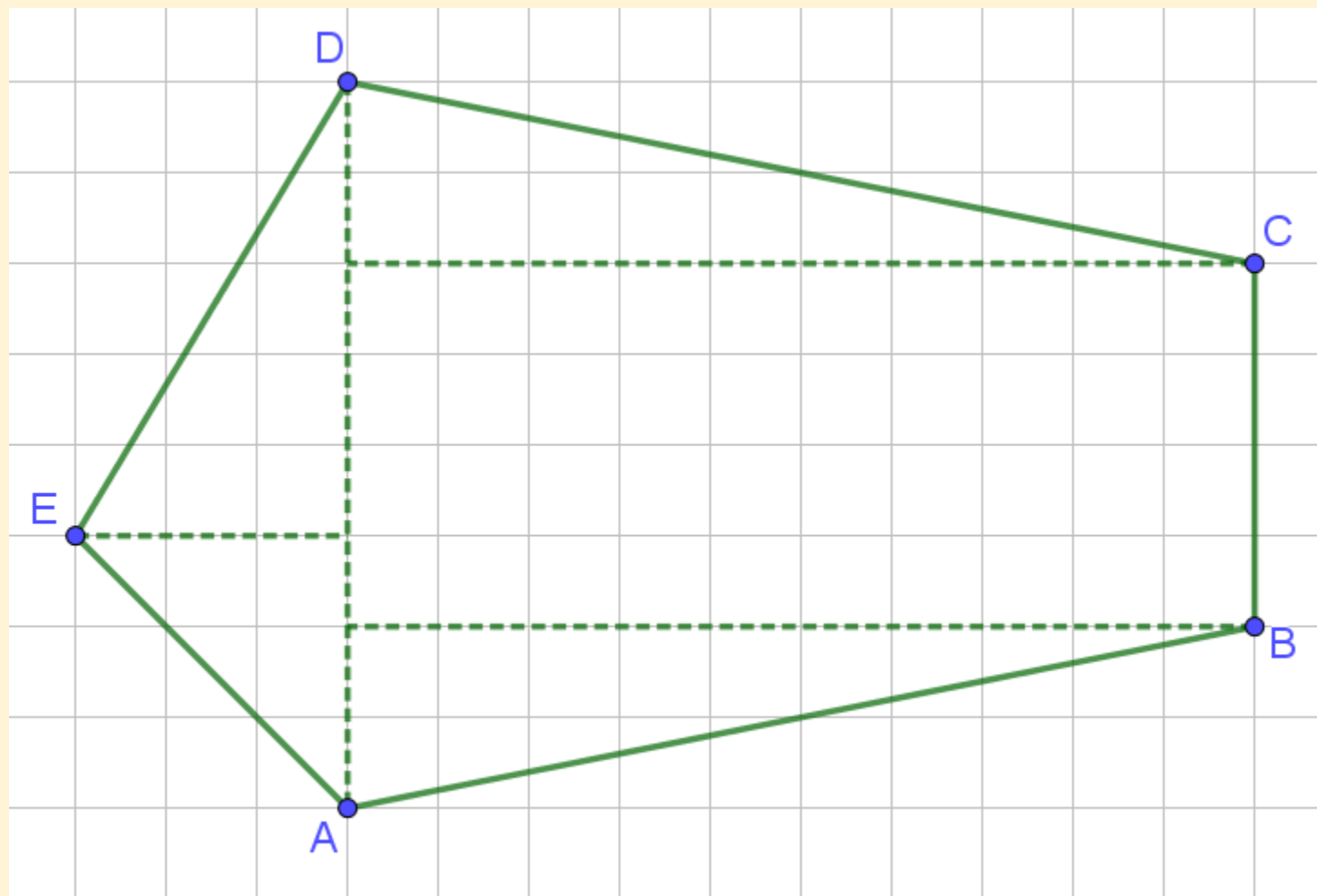
Utforskende?



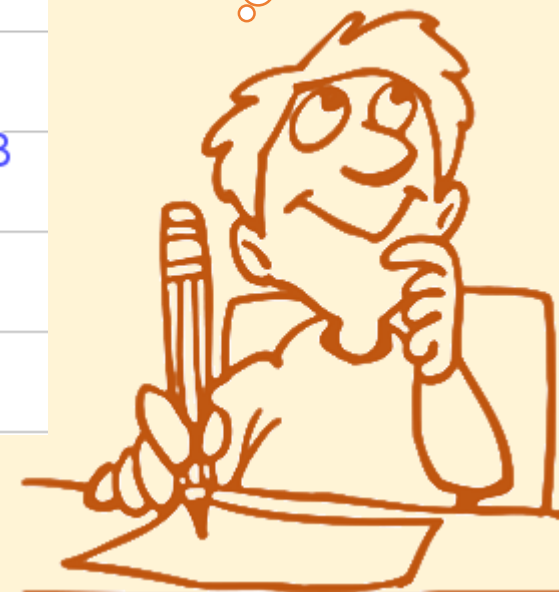




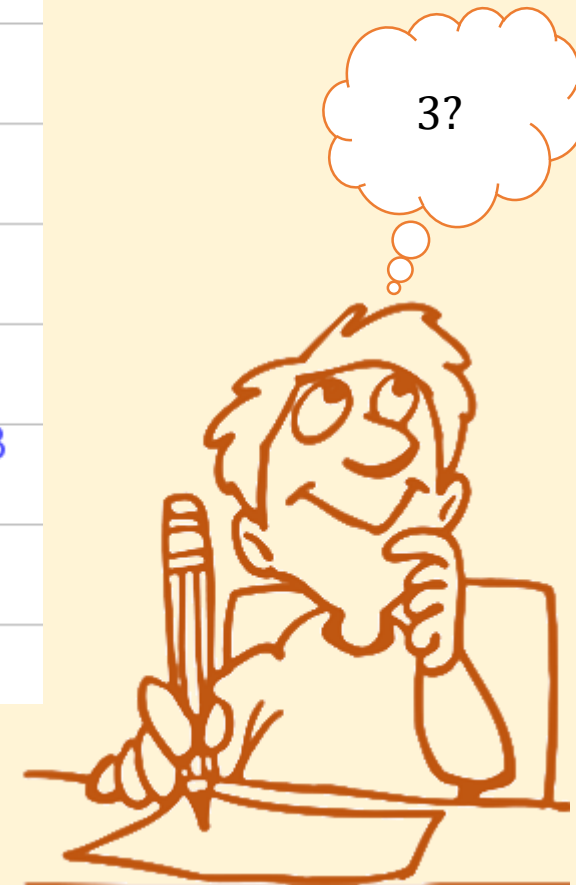
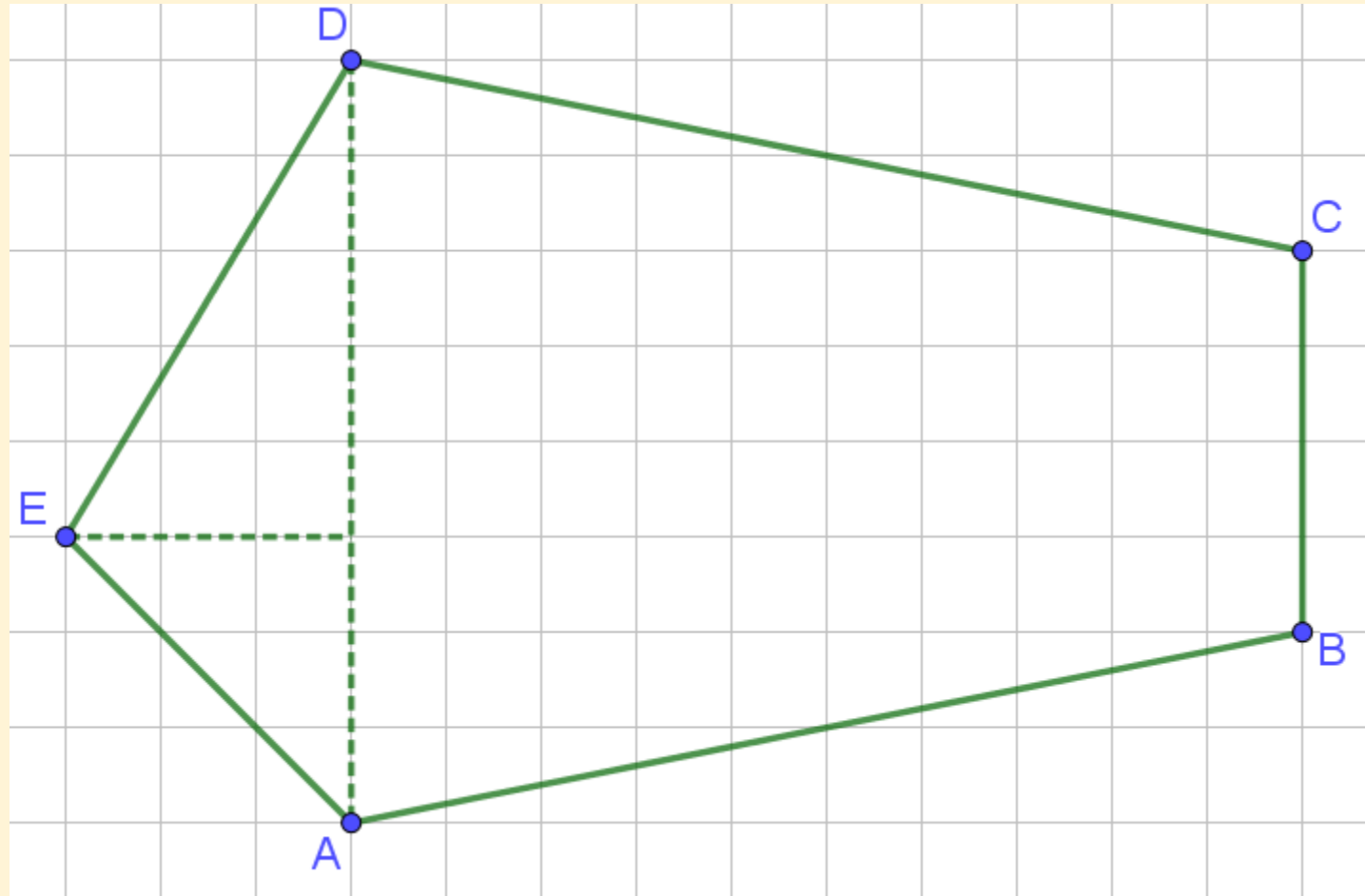
Hva er arealet av femkanten ABCDE?



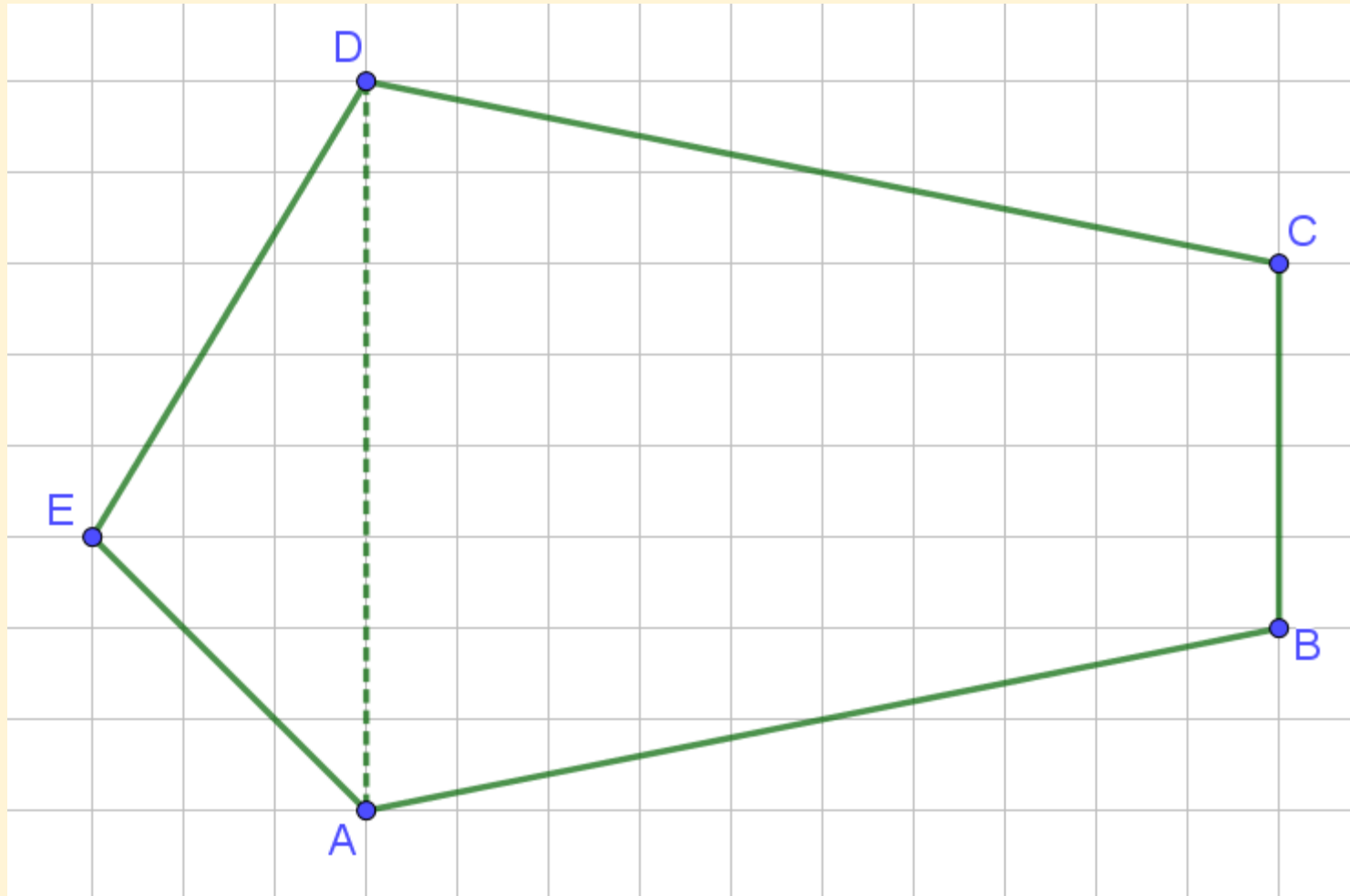
*Femkant deles
i fem figurer*



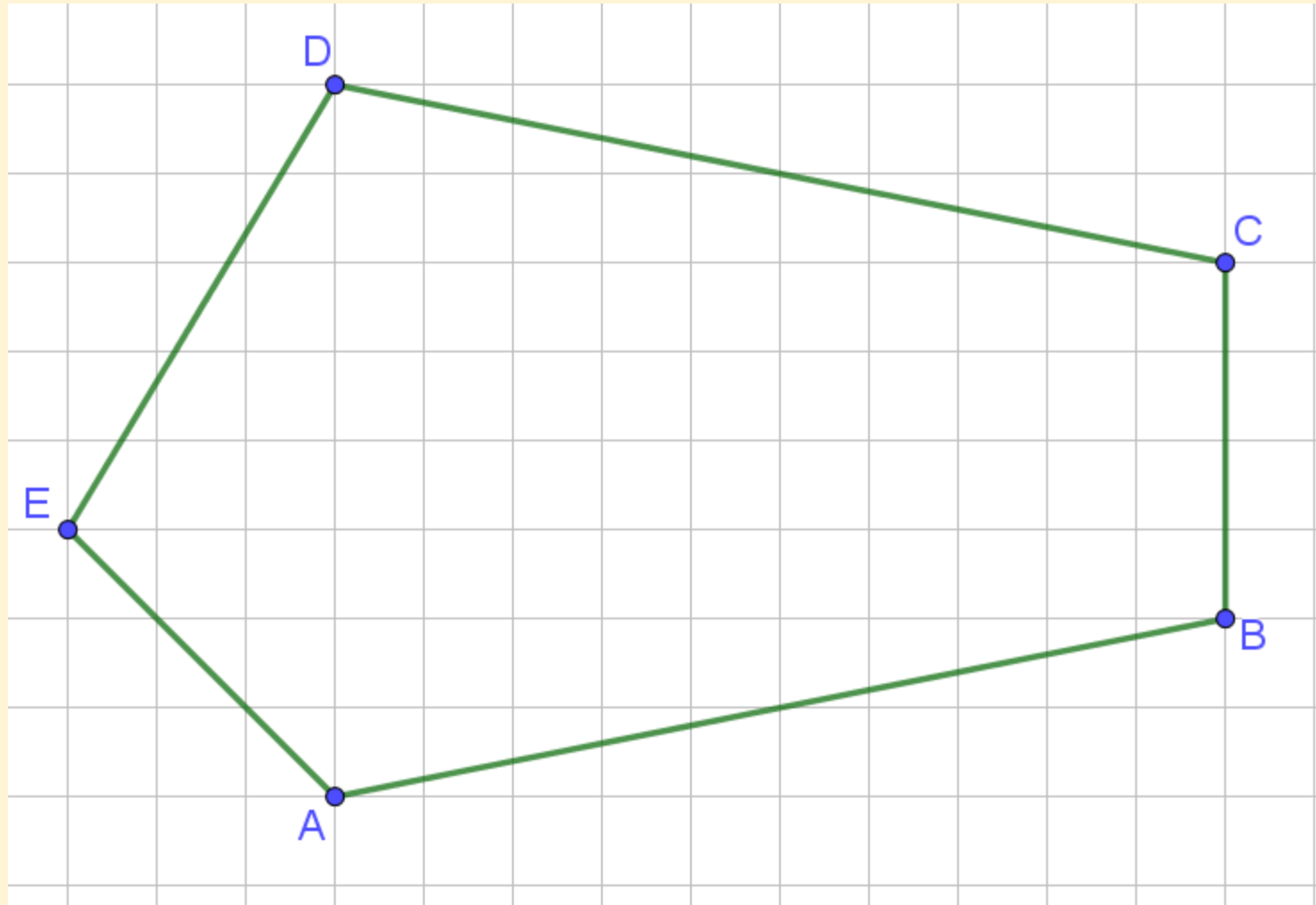
Hva er arealet av femkanten ABCDE?

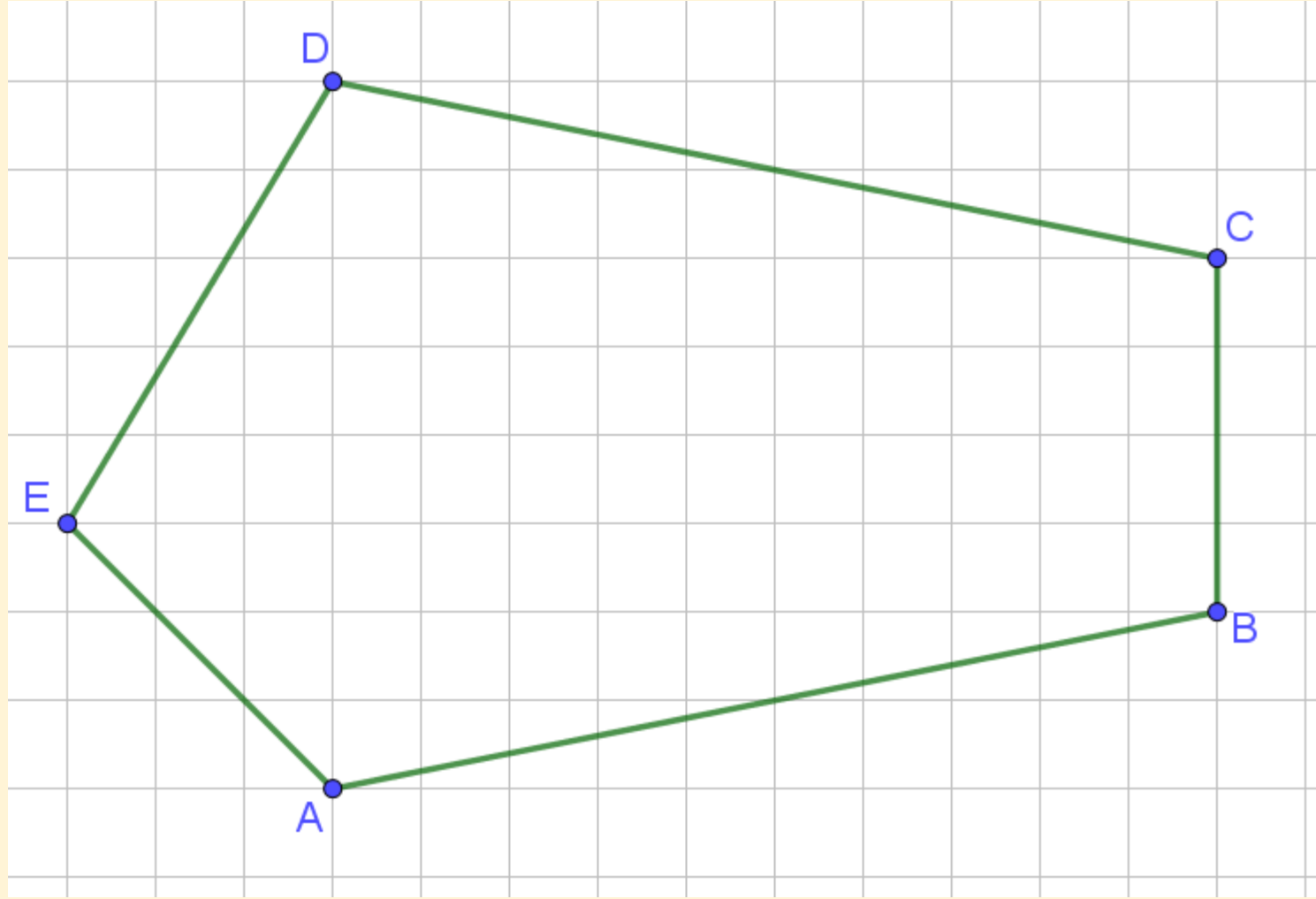


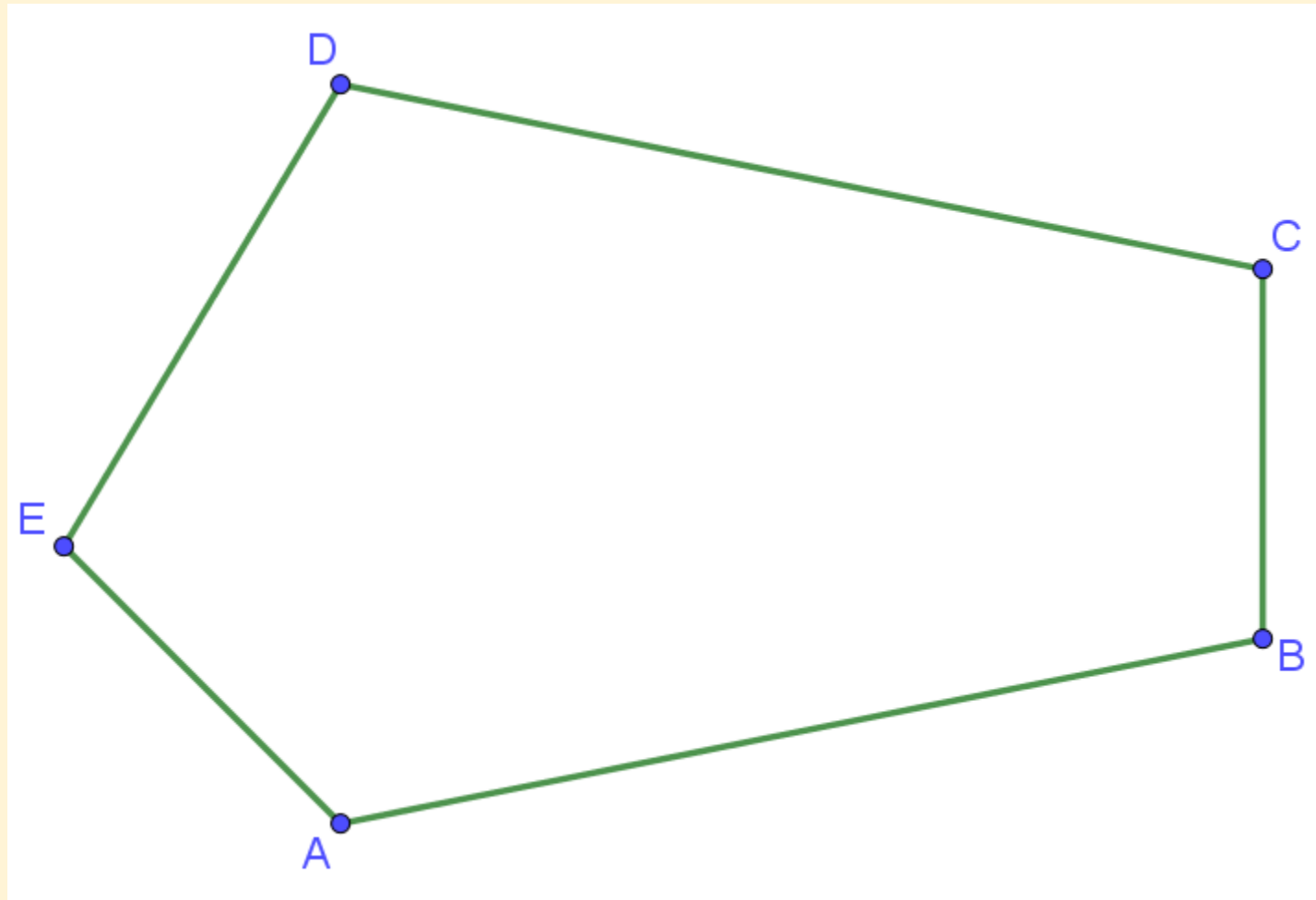
Hva er arealet av femkanten ABCDE?

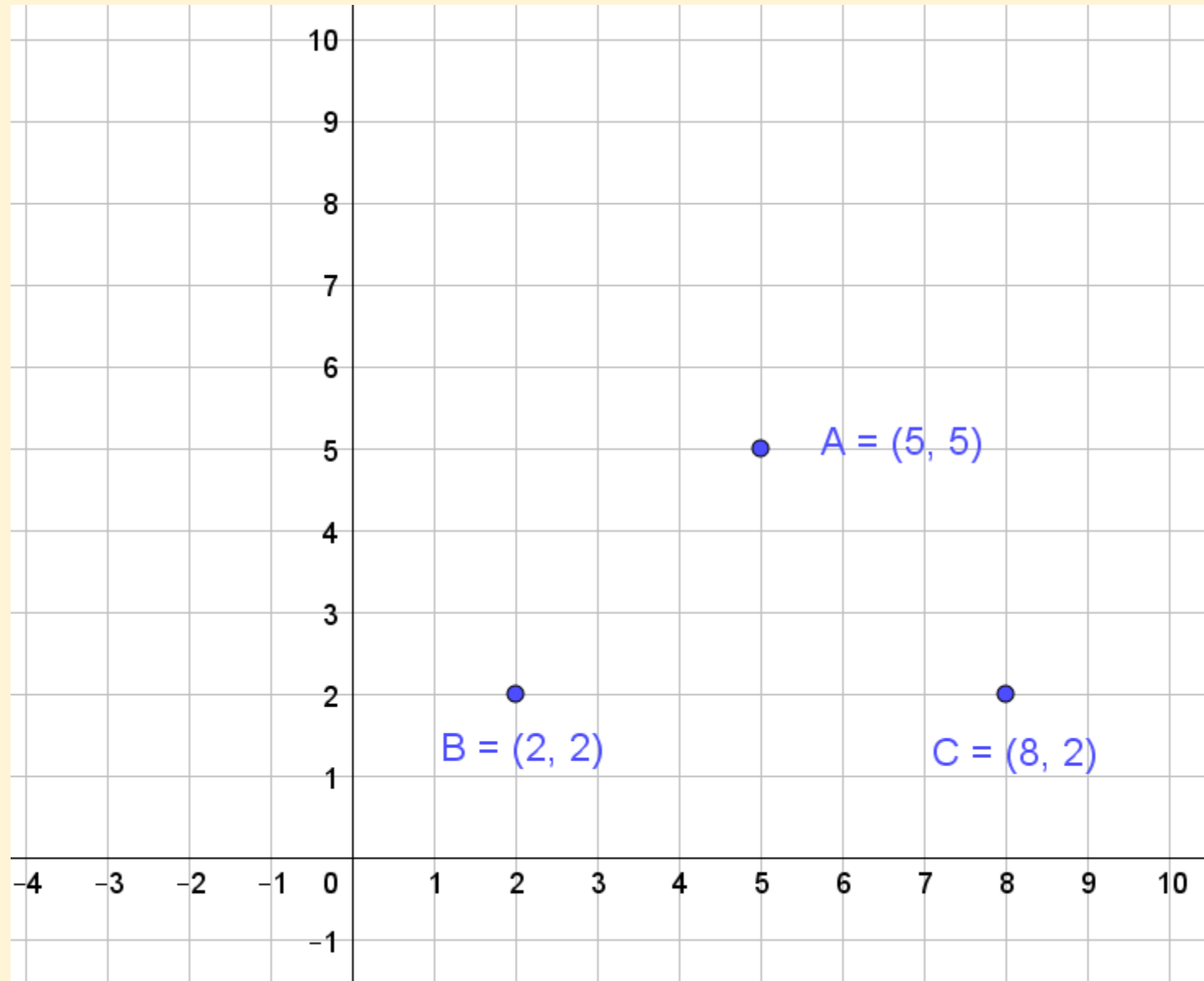


Hva er arealet av femkanten ABCDE?









Geogebra?

Undersøkende?

Fra Fagfornyelsen:

- måle radius, diameter og omkrins i sirklar og utforske og argumentere for samanhengen
- utforske mål for areal og volum i praktiske situasjonar og representere dei på ulike måtar
- bruke ulike strategiar for å rekne ut areal og omkrins og utforske samanhengar mellom desse
- bruke variablar og formalar til å uttrykkje samanhengar i praktiske situasjonar



Påstand: Personer ved ekvator beveger seg med flere hundre km i timen!

Kan det være riktig?

Jordradius er ca 6365 km

En oppgave som er ærlig og redelig stjålet fra
«Påstandsmatematikk» av Nils K Rossing.

Utforskende?

3.1.1 Påstand:

Jeg har hørt⁹ ...

... at det hvert minutt brennes et område med regnskog som er like stort som 30 fotballbaner.

Kan dette være riktig ... 30 fotballbaner? Om tempoet på brenning av regnskogen var så høyt, ville ikke all regnskog være borte i løpet av noen uker?

Hvor lang tid vil det egentlig ta å brenne ned all regnskogen på jorda?



3.18.1 Påstand

Det påstås at ...

... dersom vi la ett riskorn i den første ruta på et sjakkbrett, to i den neste, fire i den tredje og på den måten doblet antallet riskorn for hver rute, så ville vi når vi kommer til den 64. ruta ha brukt riskorn tilsvarende hele den årlige produksjonen av ris i verden.

Kan det virkelig bli så mye?

3.18.2 Faktaopplysninger

Hvor mye ris produseres det årlig i verden?

http://www.roperld.com/science/cropsworld_us.htm

Hvor mange riskorn går det på ett kg?

<http://www.funtrivia.com/askft/Question85077.html>

Hvor mange riskorn trenger en for å "fylle" sjakkbrettet som antydnet i påstanden?

https://en.wikipedia.org/wiki/Wheat_and_chessboard_problem

Polyas 10 regler for matematikklærere:

- 1) Vær interessert i temaet.
- 2) Lær deg matematikken grundig.
- 3) Sett deg i elevenes sted, hva behersker de og hva er utfordringene.
- 4) Den beste måten å lære, er å oppdage det selv. Det gjelder både lærere og elever.
- 5) Elevene trenger ikke bare å lære matematikk, men også hvordan lære matematikk.
- 6) Elevene må lære å gjette og sjekke.
- 7) Elevene må lære å forklare/bevise.
- 8) Finn problemer som egner seg for problemløsning, gjerne slik at elevene skal oppdage sammenhenger som ligger bakenfor.
- 9) Gi elevene kun hint som hjelp, men først må elevene finne ut mest mulig selv, gjerne ved å gjette og sjekke!
- 10) Gi aldri elevene for mye informasjon.